

**Übungen zur Linearen Algebra II**Blatt 7<sup>1</sup>

Abgabetermin: Montag, 18.06.2007, 08.15 Uhr

25.  $R$  sei ein unitärer Ring. Man zeige:  $E(R)$  ist eine (multiplikative) Gruppe.
26.  $f(t), g(t) \in \mathbb{Z}[t]$ ,  $g(t)$  normiert. Man zeige: Es existieren Polynome  $q(t), r(t) \in \mathbb{Z}[t]$  mit:

$$\begin{aligned} f(t) &= g(t) \cdot q(t) + r(t), \\ \text{Grad } r(t) &< \text{Grad } g(t) \text{ oder} \\ r(t) &= 0 \end{aligned}$$

Ist die Aussage für beliebige  $g(t) \in \mathbb{Z}[t]$  gültig ?

27. Man bestimme mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus den g.g.T in  $\mathbb{Q}[t]$  von
- (a)  $t^5 + t^4 + t^3 + t^2 + t + 1$  und  $t^3 + t^2 + t + 1$ ,
- (b)  $t^9 + t^6 + t^3 + 1$  und  $t^8 + t^4 + 1$ .
28. Man zeige, dass  $1 + t + t^2 + \dots + t^n$  in  $\mathbb{Z}[t]$  zerlegbar ist, falls  $n + 1$  nicht prim ist. Man zeige die Unzerlegbarkeit für  $n = 4$ .

---

<sup>1</sup> auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/Aufgaben.html>