Prof. Dr. G. Burde Frankfurt/M., den 09.05.2007

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 4[1]

Abgabetermin: Montag, 21.05.2007, 08.15 Uhr

13. $F(x,y)$ sei eine Sesquilinearform, $F(x,x) = q(x)$. Man zeige:
$$F(x,y) = \frac{1}{2}\big(q(x+y)-q(x)-q(y)\big)+\frac{i}{2}\big(q(x+iy)-q(x)-q(y)\big)$$

14. Man berechne die Eigenwerte und Eigenräume der Matrizen $A, B \in M_{\mathbb{R}}^{3\times 3}$:
$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 6 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

15. X sei ein unitärer Raum, $\varphi : X \to X$ eine lineare Abbildung , φ^* die zu φ adjungierte Abbildung. Man zeige:
$$\text{Kern } \varphi^* = (\text{Bild } \varphi)^\perp.$$

16. $x_1, x_2, \cdots, x_n \in X$, $X = n-$dimensionaler unitärer Raum.
$$G(x_1,\cdots,x_n) = \text{Det } (\langle x_i, x_j\rangle) \ , \ 1 \le i,j \le n.$$
Man zeige: $G(x_1,\cdots,x_n)$ ist nicht negativ reell und genau dann gleich Null, wenn die $\{x_i\}$ linear abhängig sind.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/Aufgaben.html