

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 2¹

Abgabetermin: Montag, 07.05.2007, 08.15 Uhr

5. Sei $X = \bigoplus_{i \in I} U_i$, $\mathcal{E}_i = \{e_l^i \mid l \in L_i\}$ eine Basis von U_i . Man zeige: $\bigcup_{i \in I} \mathcal{E}_i$ ist eine Basis von X .

6. $K_0[t] = \left\{ \sum_{i=0}^n a_i t^i \mid \sum_{i=0}^n a_i = 0 \right\}$ ist Teilvektorraum des Vektorraums $K[t]$; man zeige:

$$K(t) \cong K \oplus K_0[t].$$

7. (a) $\varphi : X \rightarrow X$ sei eine lineare Abbildung, die $\varphi^2 = \varphi$ erfüllt. Man zeige: $X = \text{Kern}\varphi \oplus \text{Bild}\varphi$.

(b) Man gebe eine lineare Abbildung $\varphi : X \rightarrow X$ an mit $X \neq \text{Kern}\varphi \oplus \text{Bild}\varphi$. (Es genügt, $\text{Dim } X = 2$ zu wählen.)

8. Zu einer linearen Abbildung $\varphi : X \rightarrow Y$, $U < X$, $V < Y$, existiert genau dann eine lineare Abbildung $\bar{\varphi} : X/U \rightarrow Y/V$ mit $\bar{\varphi} \circ \kappa = \kappa' \circ \varphi$, $\kappa : X \rightarrow X/U$, $\kappa' : Y \rightarrow Y/V$, wenn $\varphi(U) < V$.

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/Aufgaben.html>