

Übungen zur Linearen AlgebraBlatt 4¹

Abgabetermin: Montag, 05.05.08, 8¹⁰ Uhr.

13. Enthält der Vektorraum X maximal r linear unabhängige Vektoren, so bilden je r linear unabhängige Vektoren in X eine Basis von X .
14. Für welche $c_i \in \mathbb{R}$ ist das folgende Gleichungssystem lösbar?

$$\begin{array}{cccccc} 2x_1 & -x_2 & -x_3 & & & = c_1 \\ & & & 2x_2 & -x_3 & -x_4 & = c_2 \\ -x_1 & & & 2x_3 & -x_4 & & = c_3 \\ -x_1 & -x_2 & & & & 2x_4 & = c_4 \end{array}$$

Geben Sie im Falle der Lösbarkeit alle Lösungen an!

15. Man zeige: die arithmetischen Folgen $A(a, d) = (a, a + d, a + 2d, \dots)$, $a, d \in K$, bilden einen Vektorraum. Man gebe eine Basis an!
16. $n \geq 3$ Zwerge sitzen im Kreis um einen runden Tisch; jeder hat einen großen Becher Milch vor sich. Der erste verteilt seine Milch zu gleichen Teilen auf die Becher seiner Nachbarn. Danach tut dies der zweite, der dritte usw. Nachdem der n -te seine Milch verteilt hat, hat jeder wieder soviel Milch im Becher wie zu Anfang. Wieviel hatte jeder zuerst, wenn im ganzen n Liter Milch verteilt waren?

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde>