Prof. Dr. G. Burde Frankfurt/M., 03.06.2008

Übungen zur Linearen Algebra

Blatt 10[1]

Abgabetermin: Montag, 16.06.08

37. Eine Matrix $A \in \mathbb{M}^{n\times n}(\mathbb{R})$ heißt „schiefsymmetrisch“, wenn gilt: $A = -A^t$. Man zeige: $| A |= 0$ für ungerade n.

38. Man beweise:

    (a)
    $$\left|\begin{array}{c:c} A & 0 \\ \hdashline C & B \end{array}\right| = |A| \cdot |B|$$

    (b) $\mathrm{Det}(\alpha_{ij}) = \prod_{i=1}^{n} \alpha_{ii}$, falls $\alpha_{ij} = 0$ für $i < j$.

39. Sei (a_{ij}) eine $(m \times n)-$Matrix. Man zeige: Die größte Zahl r, für die eine Teilmatrix (a_{kl}) , $k \in \{i_1, \cdots, i_r\}$, $l \in \{j_1, \cdots, j_r\}$, $1 \leq i_1 < \cdots < i_r \leq m$, $1 \leq j_1 < \cdots < j_r \leq n$ mit $| (a_{kl}) |\neq 0$ existiert, ist der Rang von (a_{ij}).

40. (a) Man beweise für die $(n \times n)-$ Determinante

    $$A_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & & \\ & 1 & 2 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

    die Rekursionsformel:

    $$A_{n+1} = 2A_n - A_{n-1} \ , \ n \in N \ , \ A_0 = 1.$$

    (b) Man leite daraus eine Formel für A_n ab.
    (Man verwende nur Linearität, Antisymmetrie und Sturzinvarianz der Determinante !)

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde