Prof. Dr. G. Burde Frankfurt/M., den 26.06.2006

Übungen zur Geometrie

Blatt 9[1]

Abgabetermin: Montag, 03.07.2006, 08^{10} Uhr

33. Man übertrage die affine Streckenrechnung $(\oplus, \otimes)$ auf ein projektives Koordinatensystem $\{P_1, P_2, P_3, P\}$ und verifiziere:
$$\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha + \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

34. Man zeige, dass die Aussage von Aufgabe 32 bereits in einer Moufang-Ebene richtig ist.

35. Sind $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ und $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ die Geradenkoordinaten der Geraden g und $h \neq g$ in P^2, so sind $(\lambda\alpha_1 + \mu\beta_1, \lambda\alpha_2 + \mu\beta_2, \lambda\alpha_3 + \mu\beta_3), (\lambda, \mu) \neq (0, 0)$ die Koordinaten aller Geraden von $\langle Q \rangle, Q = g \cdot h$.

36. Für vier Punkte A, B, C, D einer projektiven Geraden $P^1(K), K$ ein Körper, $A \neq B \neq C \neq A$ ist bezüglich eines projektiven Basissystems P_1, P_2, P von P^1 das Doppelverhältnis
$$DV(A, B; C, D) = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \gamma_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \beta_1 & \delta_1 \\ \beta_2 & \delta_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \beta_1 & \gamma_1 \\ \beta_2 & \gamma_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_1 & \delta_1 \\ \alpha_2 & \delta_2 \end{vmatrix}}$$
erklärt. Man zeige, dass es wohldefiniert und invariant gegenüber einem Basiswechsel ist.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/Aufgaben.html