

Übungen zur AlgebraBlatt 2¹

Abgabetermin: Freitag, 31.10.2008, 10Uhr.

5. Sei $\langle a \rangle$ eine zyklische Gruppe der Ordnung n . Man bestimme die Ordnungen $|a^\nu|$, $1 \leq \nu \leq n$.
6. Man beweise, dass eine Gruppe, deren Elemente $\neq 1$ die Ordnung 2 haben, Abelsch ist. Man konstruiere für $n \in \mathbb{N}$ eine solche Gruppe der Ordnung 2^n .
7. Man zeige: $I = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ und $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ erzeugen in $M^{2 \times 2}(\mathbb{C}, \cdot)$ eine endliche Untergruppe Q und stelle die Gruppentafel von Q auf. Hinweis: Man zeige zunächst $I \cdot J = -J \cdot I$, $I^2 = J^2 = -E$.
8. (a) In einem Bassin schwimmen n (unterscheidbare) Fische. Irgendein Fisch verschlingt einen anderen; das geht so weiter, bis nur noch ein Fisch übrig ist. Auf wieviel verschiedene Weisen kann dieser Vorgang ablaufen? (Der zeitliche Ablauf bleibt außer Betracht).
(b) Auf wieviele Weisen kann man ein Produkt aus n Faktoren klammern?

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/>