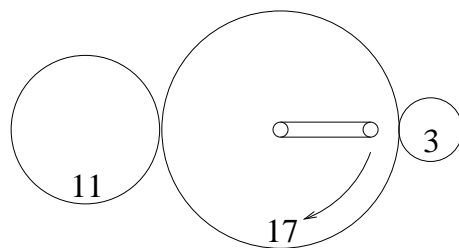


Übungen zur AlgebraBlatt 11¹

Abgabetermin: Freitag, 30.01.2008, 10Uhr.

41. R sei ein Euklidischer Ring, $(0, 0) \neq (a, b) = (d)$, $a, b, d \in R$. Man gebe einen Algorithmus an, mit dem man Elemente $x, y \in R$ finden kann mit $d = xa + yb$. Man berechne $[33]^{-1}$ in Z_{250}^* .
42. Man zeige: Für $a, b, m \in \mathbb{Z}, m \geq 1, (m, a) = d$, ist $ax \equiv b(m)$ genau dann lösbar, wenn $d \mid b$. In diesem Fall gibt es genau d verschiedene Lösungen modulo m .
43. Man zeige: $(2t - 1, t - 2)$ ist ein echtes Ideal in $\mathbb{Z}[t]$, das kein Hauptideal ist.
44. Die abgebildete Maschine besteht aus drei ineinandergreifenden Zahnrädern mit 11, 17 und 3 im Uhrzeigersinn nummerierten Zähnen. In der Ausgangslage befinden sich die Zähne 11, 17, 3 unten. Wieviele volle Umdrehungen (im Uhrzeigersinn) des mittleren Rades sind mindestens nötig, um in der darauffolgenden Drehung den 1., 12. und 2. Zahn nach unten zu bringen? Wann tritt dieses Ereignis wiederum ein?



¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/>