Prof. Dr. G. Burde Frankfurt/M., den 30.10.2007

Übungen zur Algebra

Blatt 2[1]

Abgabetermin: Montag, 12.11.2007, 10.15 Uhr

9. (a) Man zeige: $(n, m) = 1$ gilt genau dann, wenn $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $na + mb = 1$ existieren.

   (b) Man zeige:

   $$n\mathbb{Z} + m\mathbb{Z} = (n, m)\mathbb{Z},$$
   $$n\mathbb{Z} \cap m\mathbb{Z} = [n, m]\mathbb{Z}.$$

10. Man zerlege S_4 in Klassen konjugierter Elemente.

11. Man zeige, dass die inneren Automorphismen $\mathrm{Inn}G$ einer Gruppe G Normalteiler in der Gruppe $\mathrm{Aut}G$ aller Automorphismen von G sind. Bestimmen Sie $\mathrm{Aut}V_4,\ V_4 =$ Kleinsche Vierergruppe $\subset S_4$, und zeigen Sie: Jeder Automorphismus von V_4 ist von der Gestalt $\alpha \mid V_4,\ \alpha \in \mathrm{Inn}S_4$.

12. Man zeige: $n \;\Big|\; a^{\varphi(n)} - 1$ für $(a, n) = 1$
    und $\varphi(n) = \Big|\{k \mid 1 \leq k \leq n, (k, n) = 1\}\Big|$.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/Aufgaben.html