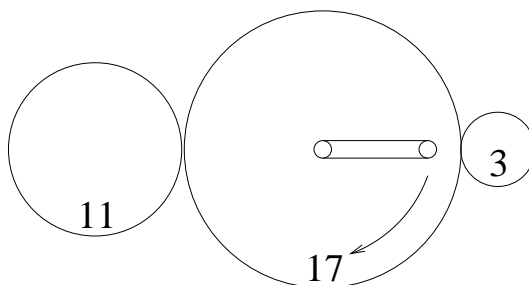


Übungen zur AlgebraBlatt 11¹

Abgabetermin: Montag, 28.01.2008, 10.15 Uhr

45. Man zeige: Für $a, b, m \in \mathbb{Z}, a \neq 0, m \geq 1$, ist $ax \equiv b(m)$ genau dann lösbar, wenn $d/b, d = (a, m)$. In diesem Falle gibt es genau d verschiedene Lösungen.
46. R sei ein Euklidischer Ring, $(0, 0) \neq (a, b) = (d)$, $a, b, d \in R$. Man gebe einen Algorithmus an, mit dem man Elemente $x, y \in R$ finden kann mit $d = xa + yb$.
47. Die abgebildete Maschine besteht aus drei ineinandergreifenden Zahnrädern mit 11, 17 und 3 im Uhrzeigersinn nummerierten Zähnen. In der Ausgangslage befinden sich die Zähne 11, 17, 3 unten. Wieviele volle Umdrehungen (im Uhrzeigersinn) des mittleren Rades sind mindestens nötig, um in der darauffolgenden Drehung den 1., 12. und 2. Zahn nach unten zu bringen? Wann tritt dieses Ereignis wiederum ein?



48. Man bestimme die Faktorringe $\mathbb{Z}[i]/(2)$ und $\mathbb{Z}[i]/(1+i)$ des Gaußschen Zahlrings $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\} < \mathbb{C}$.

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/>