

Übungen zur Algebra

Blatt 10¹

Abgabetermin: Montag, 21.01.2008, 10.15 Uhr

41. $\varphi : R \rightarrow S$ sei ein Ringhomomorphismus und I ein Ideal in S .
Man zeige: $\varphi^{-1}(I) = \{a \in R \mid \varphi(a) \in I\}$ ist ein Ideal in R .
Welche Ideale besitzt \mathbb{Z}_m ?
42. R sei ein kommutativer Ring mit Eins, m_1 und m_2 ,
 $m_1 \neq m_2$, seien maximale Ideale in R . Man zeige: $m_1 \cap m_2$
ist maximales Ideal von m_1 und von m_2 .
43. Bestimmen Sie die Nullteiler und Einheiten von $\mathbb{Z}[x]/(x^3 - 1)$.
44. Auf $R = \mathbb{C} \times \mathbb{C}$ sei durch

$$(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b')$$

$$(a, b) \cdot (a', b') = (aa' - b\bar{b}', ab' + \bar{a}'b)$$

Addition und Multiplikation erklärt. Man zeige: R wird dadurch zu einem nicht-kommutativen Ring mit $E(R) = R^*$.

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde/>