Prof. Dr. G. Burde

WS 2005/2006
Frankfurt/M., 09.01.2006

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 10[1]

Abgabetermin: Donnerstag, 19.01.06, 8^{10} Uhr.

37. Man zeige: jede Quaternion $q \in \mathbb{H}, \mid q \mid = 1$ lässt sich eindeutig in der Form $q = \cos\omega + \sin\omega \cdot p,\ p^2 = -1,\ p \in \mathbb{H}$ schreiben. (1 Pkt.)

38. Man zeige: Jeder 2−dimensionale Untervektorraum der Matrizenalgebra $\overset{2\times 2}{M}(K)$, der die Einheitsmatrix enthält, ist eine Unteralgebra. (1 Pkt.)

39. Man zeige:
Die Determinanten $A_{ij},\ a \wedge b = \sum\limits_{1 \le i < j \le 2} A_{ij}(e_i \wedge e_j) \in \overset{2}{\wedge} X,\ \mathrm{Dim} X = 4,$ erfüllen $Q(A_{ij}) = 0$ für eine quadratische Form Q. Man folgere: Es gibt 2−fache äußere Potenzen, die nicht zerlegbar sind. (1,5 Pkte.)

40. Man beweise die Graßmann-Identität $\big[a, [b.c]\big] = (a,c)b - (a,b)c$ mit Hilfe der Gleichung $ab = -(a,b) + [a,b],\ a,\ b \in I$, aus dem Assoziativgesetz für reine Quaternionen: $(ab)c = a(bc)$. (1,5 Pkte.)

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde