Prof. Dr. G. Burde

WS 2005/2006

Frankfurt/M., 13.10.2005

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 1[1]

Abgabetermin: Donnerstag, 03.11.05, 8^{10} Uhr.

1. (a) Man zeige: Eine symmetrische Bilinearform F_s über $\mathbb{R}$ ist genau dann positiv definit, wenn für ihre Matrix gilt: $A \sim E$.

   (b) Man zeige: die Menge $N = \{x \in X \mid F_s(x,x) = Q(x) = 0\}$ ist ein Teilvektorraum von X und $\mathrm{Dim} N = \mathrm{Dim} X - \mathrm{Rg} A$.

   (1 Pkt.)

2. Eine Bilinearform $F(x,y)$ heisst „ausgeartet“, falls ein $x_0 \in X$ existiert mit $F(x_0, y) = 0$ für alle $y \in X$.
   Man zeige: $F(x,y)$ ist genau dann ausgeartet, wenn die zugeordnete Matrix A singulär ist ($\mid A \mid = 0$). (1 Pkt.)

3. Man bringe die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ auf Normalform $\begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} =$ $B^t A B$, $\epsilon_i = 0, \pm 1$, und gebe B an.

   (1,5 Pkte.)

4. $\{\xi_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ seien die Koordinaten eines Punktes im affinen Raum $A^3(\mathbb{R})$. Man beschreibe die Punktmenge in $A^3(\mathbb{R})$, die durch $\sum_{i,j=1}^{3} \alpha_{ij} \xi_i \xi_j = 0$ für $(\alpha_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ definiert wird. (1 Pkt.)

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde