Prof. Dr. G. Burde Frankfurt/M., 20.05.2005

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 7[1]

Abgabetermin: Donnerstag, 02.06.05, 8^{10} Uhr.

25. In der Euklidischen Ebene E^2 sei bezüglich Cartesischer Koordinaten durch

$$\xi_1' = \frac{1}{3}\xi_1 - \frac{2}{3}\xi_2 - \frac{1}{3}$$

$$\xi_2' = \xi_1 - \xi_2$$

eine affine Abbildung. $\overline{\varphi} : E^2 \to E^2$ beschrieben. Man berechne die Bildpunkte von $\{(1,0),(0,1),(-1,-1)\}$ unter $\overline{\varphi}, \overline{\varphi}^2, \overline{\varphi}^3$ sowie die Fixpunkte dieser Abbildungen! (1 Pkt.)

26. Zeige: Eine affine Abbildung $\overline{\varphi} : A \to A'$ ist genau dann injektiv bzw. surjektiv, wenn dies die von ihr induzierte lineare Abbildung ist. Man beweise, dass die bijektiven affinen Abbildungen $\overline{\varphi} : A \to A$ eine Gruppe bilden. (1 Pkt.)

27. $\{P_i \mid 0 \leq i \leq n\}$ seien Grundpunkte von A^n. $S = P_0 + \frac{1}{n+1}\Sigma e_i, P_i = P_0 + e_i$ heisst „Schwerpunkt“ von $\{P_i \mid 0 \leq i \leq n\}$. Bilde die Schwerpunkte S_1 und S_2 von $\{P_i \mid 0 \leq i \leq k\}$ und $\{P_i \mid k < i \leq n\}$ für $0 \leq k < n$ und zeige, dass S_1, S_2 und S kollinear sind. (1 Pkt.)

28. a_1 und a_2 seien linear unabhängige Vektoren im $\mathbb{R}^2$. Man bestimme den Grenzwert der Folge $\{a_i \mid i = 1, 2, \cdots\}, a_{i+2} = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$. (2 Pkte.)

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde