

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 11¹

Abgabetermin: Donnerstag, 30.06.05, 8¹⁰ Uhr.

41. Man zeige: $F'_a(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n F_a(a_1, \dots, \varphi(a_i), \dots, a_n) \in L_a(X^n, K)$ für $F_a \in L_a(X^n, K)$ und $\varphi : X \rightarrow X$ linear. Man berechne $\mu_\varphi \in K$ für $F'_a = \mu_\varphi F_a, a_i = \sum \alpha_{ij} e_j$. (2 Pkte.)

42. Man berechne die $(n \times n)$ -Determinante

$$D(n) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & & & 0 \\ 1 & 2 & 1 & & \\ & 1 & 2 & 1 & \\ & & 1 & \ddots & \ddots \\ & & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & & & & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

(2 Pkte.)

43. Man beweise:

$$\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n \beta_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i \right)^2 = \sum_{1 \leq i < k \leq n} \begin{vmatrix} \alpha_i & \alpha_k \\ \beta_i & \beta_k \end{vmatrix}^2$$

(2 Pkte.)

44. Man berechne die Determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \cdots & \alpha_1^{n-1} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \cdots & \alpha_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_n & \alpha_n^2 & \cdots & \alpha_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

(2 Pkte.)

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~burde>