Prof. Dr. R. Bieri

SS 2006

Frankfurt/M., den 30.06.2006

Lineare Algebra II

Serie 9[1]

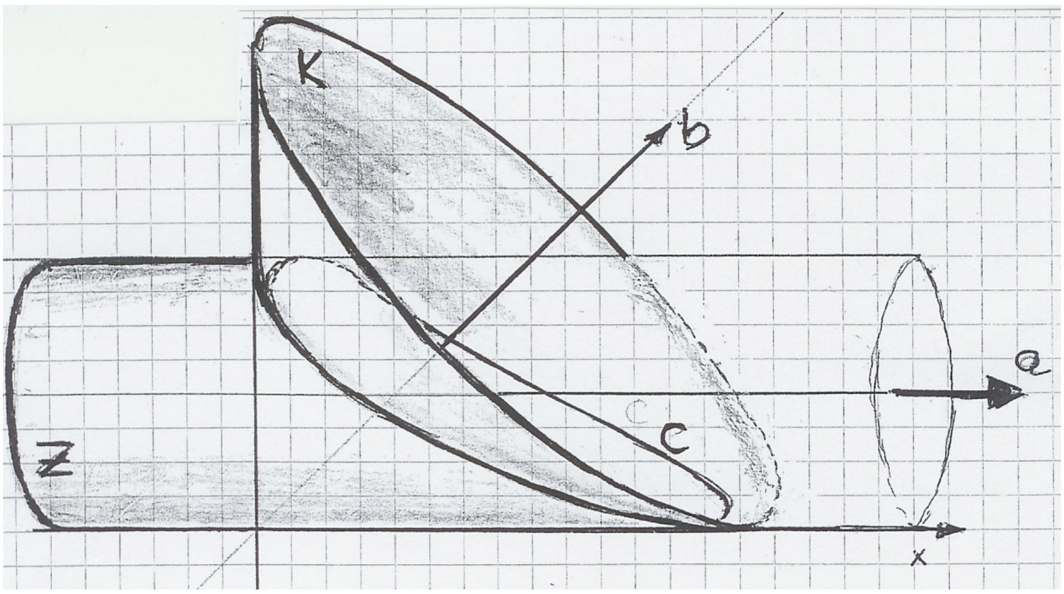
Abgabetermin: Montag, 10.07.2006, 8^{15} Uhr.
Abgabe: freiwillig.

1. (a) Bestimme die irreduziblen Polynome vom Grad ≤ 4 in $\mathbb{F}_2[X]$.

   (b) Suche Repräsentanten für die Konjugationsklassen von $GL_4(\mathbb{F}_2)$.

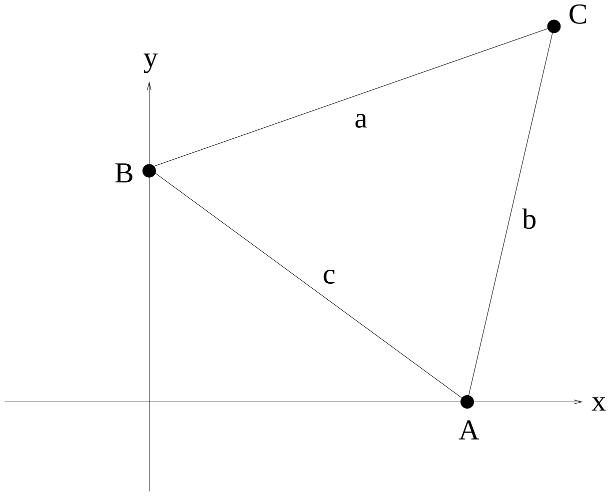
2. Bestimme die Isomorphietypen der Abelschen Gruppen A mit $\mid A \mid = 24$.

3. In der $(x, 0, z)-$Ebene $\subseteq \mathbb{R}^3$ betrachte man die Geraden $a = \{(t, 0, 1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, $b = \{(t, 0, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$. Es sei Z der Zylinder, der entsteht, wenn die $x-$Achse um die Achse a rotiert; und es sei K der Kegel, der entsteht, wenn die $x-$Achse um die Achse b rotiert. Man untersuche, ob die Schnittkurve $K \cap Z$ Vereinigung der $x-$Achse mit einer **ebenen** Kurve C ist.



[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/

4.



Ein Dreieck mit Seitenlängen a, b, c bewegt sich in der Ebene $\mathbb{E}^2$ so, dass die Ecke A stets auf der $x-$Achse und die Ecke B stets auf der $y-$Achse ist. Bestimme die Bahn des Punktes C.

(**Anleitung:** Durch den Satz von Pythagoras und zweimaliges Quadrieren erhält man eine Gleichung 4. Grades in (x, y), der sich als Produkt von zwei Gleichungen 2. Grades schreiben lässt. Unter Verwendung der Formel $F^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)$, $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ für die Fläche F des Dreiecks ABC findet man, dass die Koordinaten von C die Gleichung

$$b^2x^2 + a^2y^2 + 4Fxy + 4F^2 = a^2b^2$$

erfüllt). Beachte die Spezialfälle $F = 0$ und $F = \frac{ab}{2}$.