Prof. Dr. R. Bieri SS 2006

Frankfurt/M., den 23.06.2006

Lineare Algebra II

Serie 8[1]

Abgabetermin: Montag, 03.07.2006, 8^{15} Uhr.

1. (a) Zeige: Die Quadratik $L \subseteq \mathbb{E}^2$

$$L = \{(x,y) \mid ax^2 + 2bxy + cy^2 + cy^2 + 2dx + 2cy + f = 0\}$$

kann kein Kreis sein, wenn $b \neq 0$.

(b) Finde notwendige **und** hinreichende Bedingungen, dass L ein Kreis ist und bestimme Mittelpunkt und Radius.

2. Bestimme den geometrischen Ort $L \subseteq \mathbb{E}^2$ aller Punkte $P \in \mathbb{E}^3$, die von der $x-$Achse A_x, der $y-$Achse A_y und der verschobenen $z-$Achse $(1,1,0) + A_z$ gleichen Abstand haben.

3. Bestimme die Abelschen Gruppen mit den Relationszahlen

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & -3 & 1 \\ -4 & 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 8 & 4 & 2 \\ 7 & 6 & 2 \\ 9 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Zeige: Wenn die Matrix $A \in \mathbb{M}_{mn}(\mathbb{Z})$ durch elementare Zeilen- und Spaltentransformationen auf die Form $\left(\begin{array}{c|c} a & 0 \ldots 0 \\ \hline 0 & \\ & B \\ 0 & \end{array}\right)$ gebracht werden kann, sodass $a > 0$ alle Einträge von B teilt, dann ist a der ggT der Einträge von A.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/