Prof. Dr. R. Bieri SS 2006

Frankfurt/M., den 16.06.2006

Lineare Algebra II
Serie 7[1]

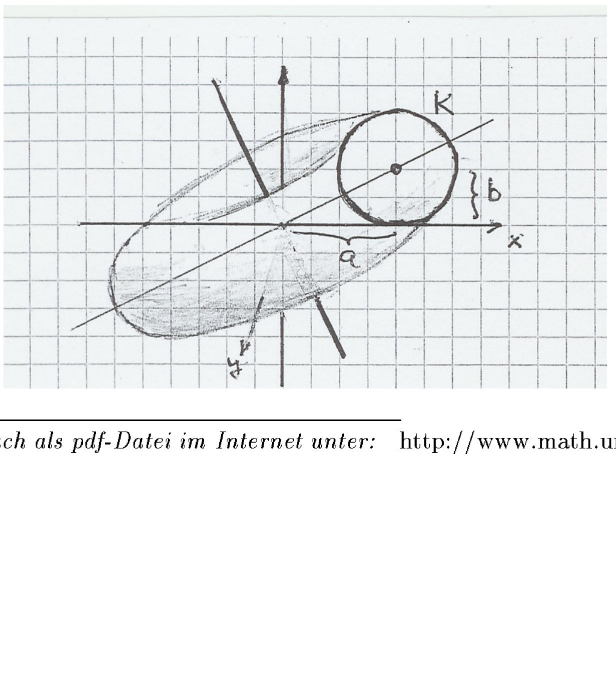
Abgabetermin: Montag, 26.06.2006, 8^{15} Uhr.

1. Im Euklidischen Raum $\mathbb{E}^3$ betrachte man die 2 Geraden
$$g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \ , \ h = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$
   (a) Bestimme den Ort aller Punkte $P \in \mathbb{E}^n$, die von g und h gleichen Abstand haben.
   (b) Gibt es durch den Punkt $(3, 1, 2)$ eine (oder mehrere ?) Geraden, deren Punkte alle von g und h gleichen Abstand haben?

2. Man bestimme Scheitelpunkt(e) und Symmetrieachsen der Quadrik
$$L = \{(x, y) \mid x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}y + 10 = 0\}.$$

3. Im Euklidischen Raum $\mathbb{E}^3$ seien die Ebene $E = \{(x, y, z) \mid 4y + 3z = 12\}$ und der Zylinder $Z = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 = 9\}$ gegeben.
   (a) Zeige, dass $K = E \cap Z$ eine Ellipse ist und bestimme die Gleichung von K in einem geeigneten Koordinatensystem von E.
   (b) Wie lange sind die Hauptachsen von K ?

4. Es sei $\mathcal{F} \subset \mathbb{R}^3$ die Rotationsfläche, die entsteht, wenn der Kreis $K = \{(x, 0, z) \mid (x - a)^2 + (z - b)^2 = b^2\}$ um die Achse $\mathbb{R}(-b, 0, a)$ rotiert (Torusfläche). Bestimme den Schnitt von $\mathcal{F}$ mit der x, y–Ebene.



[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/