Prof. Dr. R. Bieri SS 2006

Frankfurt/M., den 19.05.2006

Lineare Algebra II

Serie 4[1]

Abgabetermin: Montag, 29.05.2006, 8^{15} Uhr.

1. Es sei V der Vektorraum der Polynome $f : [-1,1] \to \mathbb{C}$ vom Grad ≤ 5, versehen mit dem Skalarprodukt $(f,g) := \int_{-1}^{1} f(t)\overline{g(t)}dt$. Es sei U der von $\{1, t^2, t^4\}$ erzeugte Unterraum.
   (a) Bestimme $U^{\perp}$.
   (b) Suche mit Gram-Schmidt in U und $U^{\perp}$ (und damit in V) eine Orthogonalbasis.

2. Gegeben sei die Ebene $E = \{(x,y,z) \mid x+2y+3z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$. Suche eine Orthonormalbasis $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ mit $E = \mathbb{R}v_1 + \mathbb{R}v_2$ und verwende sie, um die Orthogonalprojektion des Punktes $P(4,-1,5)$ auf E zu finden.

3. Es sei $\langle , \rangle$ eine Hermitesche Form auf dem komplexen Vektorraum V, und es bezeichne $\{v,w\}$ den Realteil von $\langle v,w \rangle$. Beweise: Fasst man V als reellen VR auf, dann ist $\{v,w\}$ eine symmetrische Bilinearform auf V, und ist $\langle , \rangle$ zusätzlich positiv definit, so gilt dies für $\{v,w\}$ ebenfalls. Was kann man über den Imaginärteil sagen ?

4. Formuliere und beweise eine Verallgemeinerung des Trägheitssatzes von Sylvester für Hermitesche Formen (bzw. Matrizen).

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/