Prof. Dr. R. Bieri SS 2006

Frankfurt/M., den 21.04.2006

Lineare Algebra II
Serie 1[1]

Abgabetermin: Donnerstag, 04.05.2006, 8^{15} Uhr.

1. Im Dreieck $A = (0, -1, -2)$, $B = (1, 1, 0)$, $C = (2, 2, 3)$ bestimme man:
   (a) Die Länge der Höhe h_c und ihren Fußpunkt F_c auf der Seite c.
   (b) Die Länge der Seite c und die Fläche des Dreiecks.

2. Bestimme Ort und Länge der kürzesten Verbindungsstrecke zwischen den Geraden
$$\begin{aligned} g &= (1, 2, 3) + \mathbb{R}(4, 1, 3) \\ h &= \mathbb{R}(1, 1, 1) \end{aligned}$$

3. (a) Sind $\underline{a}, \underline{b} \in \mathbb{E}^3$ senkrecht aufeinander stehende Vektoren, $\underline{a} \neq \underline{0}$, dann ist
$$g = \{\underline{x} \in \mathbb{E}^3 \mid \underline{a} \times \underline{x} = \underline{b}\}$$
   eine Gerade.
   (b) Jede Gerade $g \subset \mathbb{E}^3$ lässt sich in der oben beschriebenen Weise (mit Hilfe von Vektoren $\underline{a}, \underline{b}$) beschreiben.

4. Das Vektorprodukt definiert bei festem $\underline{a} \in \mathbb{E}^3$ einen Endomorphismus $\varphi : \mathbb{E}^3 \to \mathbb{E}^3$, $\varphi(\underline{x}) = \underline{a} \times \underline{x}$.
   (a) Wie sieht die darstellende Matrix von φ_a bez. der Standardbasis aus?
   (b) Bestimme die Werte, die Rang φ bei passender Wahl von $\underline{a}$ annehmen kann.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/