Prof. Dr. R. Bieri WS 2005/2006

Lineare Algebra I

Serie 8 [1]

Abgabetermin: Montag, 09.01.2006, 8^{15} Uhr.

1. Es sei $V = \mathbb{M}_n(K)$ der Vektorraum aller $n \times n-$ Matrizen über dem Körper K. Die Spur $\mathrm{Sp}(A) \in K$ einer Matrix A ist die Summe der Diagonalelemente $\mathrm{Sp}(a_{ij}) := a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}$.

   (a) Zeige: Sp: $V \to K$ ist linear.

   (b) Bestimme eine Basis von ker(Sp), wenn $n = 3$.

2. Bestimme alle Matrizen $A \in \mathbb{M}_2(K)$ mit der Eigenschaft, dass „Zeilenraum von A = Spaltenraum von A“ gilt. (Hint: Fallunterscheidung nach Rang $A = 0, 1, 2$).

3. Es seien $f, g : V \to V$ lineare Selbstabbildungen des Vektorraums V. Zeige: Wenn $g \circ f = f \circ g$, dann sind die Unterräume $g(V) \leq V$ und $\ker(g) \leq V$ $f-$invariant.

4. Bestimme alle idempotenten $A \in \mathbb{M}_2(K)$.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/