Prof. Dr. R. Bieri WS 2005/2006

Lineare Algebra I

Serie 5 [1]

Abgabetermin: Montag, 05.12.2005, 8^{15} Uhr.

1. Im Vektorraum $V = \mathbb{R}^4$ betrachte man die Vektoren $v_1 = (1,1,1,1)$, $v_2 = (0,2,-3,0)$, $v_3 = (2,-3,2,0)$, $v_4 = (1,0,0,1)$, $v_5 = (2,0,0,0)$, $v_6 = (0,0,0,0)$. Man finde alle Basen, bestehend aus Vektoren in $\{v_1, \ldots, v_6\}$.

2. Es sei $(A,+)$ eine additive Abelsche Gruppe.

   (a) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit A ein $\mathbb{F}_2-$Vektorraum ist?

   (b) Es sei M eine beliebige Menge. Auf der Potenzmenge $V := \mathcal{P}(M)$ betrachte man die Summe $X + Y := (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$. Zeige, dass V ein $\mathbb{F}_2$-Vektorraum ist und finde eine Basis.

3. Es sei $V := \mathcal{P}(M)$ wie in 2b) , wobei M die Menge der Ecken eines regulären $5-$Ecks ist.

   (a) Zeige: Es gibt keine Basis in V, die aus lauter $2-$elementigen Mengen besteht.

   (b) Suche (wenigstens) 2 Basen von V, die aus lauter $3-$elementigen Teilmengen bestehen.

4. Bestimme den Rang der Matrizen

   (a) AB, wenn $A = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}$, $B := (b_1, \ldots, b_n)$.

   (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 3 & \cdots & n+1 \\ \vdots & & & \\ n & n+1 & \cdots & 2n-1 \end{pmatrix}$.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/