Prof. Dr. R. Bieri WS 2005/2006

Lineare Algebra I

Serie 2 [1]

Abgabetermin: Montag, 14.11.2005, 8^{15} Uhr.

1. Mit dem Austauschverfahren diskutiere man die Lösbarkeit und die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{array}{rrrrcl} x_1 & -x_2 & & +x_4 & = & b_1 \\ x_1 & -3x_2 & -3x_3 & & = & b_2 \\ 2x_1 & -x_2 & +x_3 & +5x_4 & = & b_3 \\ 2x_1 & +x_2 & +4x_3 & +6x_4 & = & b_4 \end{array}$$

2. Es sei $A = \begin{pmatrix} a_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_n \end{pmatrix}$ eine $n-$reihige Diagonalmatrix. Suche alle Matrizen B mit $AB = BA$ (d.h. A kommutiert mit B). Gibt es Diagonalmatrizen, die mit jeder Matrix kommutieren? Gibt es Diagonalmatrizen, die ausschließlich mit anderen Diagonalmatrizen kommutieren?

3. Es sei G ein lineares Gleichungssystem mit zugehörigem homogenen System (HG). Diskutiere, welche der 6 Implikationen wahr sind:

(G)	hat	(mindestens)	eine	Lösung	$\Rightarrow$ $\Leftarrow$	(HG)	hat	(mindestens)	eine	Lösung
(G)	"	mehr als	"	"	$\Rightarrow$ $\Leftarrow$	(HG)	"	mehr als	"	"
(G)	"	genau	"	"	$\Rightarrow$ $\Leftarrow$	(HG)	"	genau	"	"

4. Bestimme alle $a, b \in \mathbb{R}$ so, dass das System

$$\begin{array}{rrrcr} 2x_1 & +x_2 & +x_3 & = & -1 \\ 5x_1 & +4x_2 & -5x_3 & = & a \\ 3x_1 & +2x_2 & -x_3 & = & b \end{array}$$

lösbar ist.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/