Prof. Dr. R. Bieri WS 2005/2006

Lineare Algebra I

Serie 12 [1]

Abgabetermin: Montag, 06.02.2006, 8^{15} Uhr.

1. Beschreibe die Rotation $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit Drehwinkel $\frac{\pi}{2}$, deren Achse durch $\underline{0}$ und $(1, 0, -1)$ geht, durch eine orthogonale Matrix A, $f(\underline{x}) = A\underline{x}$.

2. Zeige, dass für beliebige Transpositionen $\sigma, -\tau$ vom Grad n stets gilt:

   (a) $(\sigma\tau)^2 = \mathrm{Id}$ oder $(\sigma\tau)^3 = \mathrm{Id}$.

   (b) Es gibt eine Permutation ρ mit

   $$\rho\sigma\rho^{-1} = \tau$$

3. Bestimme die Werte $a \in \mathbb{R}$, für die die Matrix

   $$A = \begin{pmatrix} a+1 & a & 3 & 2-a \\ a+2 & 2 & 8 & a \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ -a & -1 & a-5 & 1-a \end{pmatrix}$$

   nicht regulär ist.

4. Suche eine Rekursionsformel zur Berechnung der $n-$reihigen Determinante

   $$f_n(x) := \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & x & 1 & & 0 \\ 0 & 1 & x & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & x & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & x \end{vmatrix}$$

   und bestimme $f_n(x)$ für $n = 6$.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/