

Frankfurt/M., den 7.11.2003

**Ausgewählte Kapitel aus der Gruppentheorie**Serie 4 <sup>1</sup>

Abgabetermin: Montag, 17.11.2003

1. Es sei  $F$  die freie Gruppe über  $\{x_1, \dots, x_n\}$ , und  $H \leq F$  mit  $|F : H| = 2$  und  $x_i \in H$  für  $i = 2, 3, \dots, n$ . Finde eine Basis von  $H$ .
2. Es sei  $F = F(x, y)$  die freie Gruppe vom Rang 2. Finde eine Basis der Kommutatoruntergruppe  $F'$ .
3. Man zeige: Wenn eine Gruppe  $G$  mit  $d$  Elementen erzeugt werden kann, dann kann jede Untergruppe  $U \leq G$  vom Index  $|G : U| = j$  mit  $j(d - 1) + 1$  Elementen erzeugt werden.
4. Es sei  $F$  die freie Gruppe über  $\{x, y\}$  und  $\varphi : F \rightarrow \mathbb{Z}_6$  gegeben durch  $\varphi(x) := [2]$   $\varphi(y) := [3]$ . Man zeige  $\varphi(F) = \mathbb{Z}_6$  und bestimme eine Basis von  $\ker \varphi$ .
5. Es sei  $F$  die freie Gruppe über  $\{x, y\}$  und  $\varphi : F \rightarrow S_3$  gegeben durch  $\varphi(x) = (1, 2)$ ,  $\varphi(y) = (1, 2, 3)$ . Finde eine Basis von  $H = \ker \varphi$ .

---

<sup>1</sup> auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri>