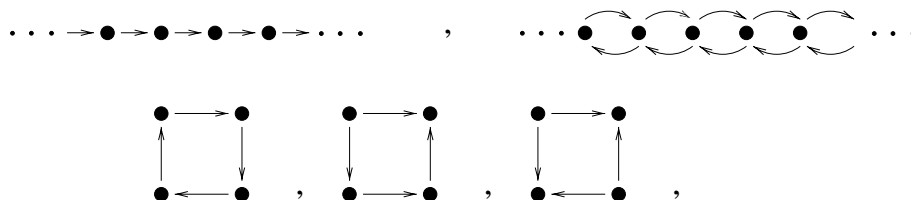


**Ausgewählte Kapitel aus der Gruppentheorie**

Serie 2 <sup>1</sup>

Abgabetermin: Montag, 10.11.2003

1. Beschreibe die Automorphismengruppen der Graphen



2. Es sei  $G$  eine Gruppe,  $\mathcal{X} \subseteq G$  eine Menge von Erzeugenden,  $G = gp(\mathcal{X})$  und  $\Gamma = \Gamma(G, \mathcal{X})$  der dazugehörige Cayley-Graph. Es bezeichne  $Aut_{\mathcal{X}}(\Gamma) \leq Aut(\Gamma)$  die Gruppe aller Farben-respektierenden Automorphismen von  $\Gamma$ . Zeige:  $Aut_{\mathcal{X}}(\Gamma) \cong G$ .

3. Zeige, dass es in jeder Homotopieklasse von Kantenwegen eines Graphen  $\Gamma$  genau einen frei reduzierten Kantenweg gibt.

4. Zeige

(a)  $gp \left( \left( \begin{matrix} 1 & X \\ 0 & 1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 1 & 0 \\ X & 1 \end{matrix} \right) \right) \leq SL_2(\mathbb{Z}[X])$  ist frei mit Basis  $\left( \begin{matrix} 1 & X \\ 0 & 1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 1 & 0 \\ X & 1 \end{matrix} \right)$ .

(b)  $gp \left( \left( \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix} \right) \right) \leq SL_2(\mathbb{Z})$  ist nicht frei.

---

<sup>1</sup> auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri>