Prof. Dr. R. Bieri WS 2003/2004

Frankfurt/M., den 26.1.2004

Ausgewählte Kapitel aus der Gruppentheorie
Serie 11 [1]

Abgabetermin: Montag, 2.2.2004

1. Es sei G eine Gruppe, die **frei** auf einem **zusammenhängenden** Graph Γ operiert, sodass $G\backslash\Gamma$ **endlich** ist.

   (a) Finde einen zusammenhängenden Untergraph $\triangle \subseteq \Gamma$, sodass die kanonische Projektion $\pi : \Gamma \twoheadrightarrow G\backslash\Gamma$ eine Kantenbijektion $\mathrm{edg}\triangle \rightarrowtail\!\!\!\twoheadrightarrow \mathrm{edg}(G\backslash\Gamma)$ liefert.

   (b) Zeige: $\mathcal{X} = \{x \in G \mid x\triangle \cap \triangle \neq \phi\}$ ist endlich.

   (c) Zeige: $\mathrm{gp}(\mathcal{X}) = G$. (Hint: Einen Weg von v nach gv durch $\bigcup_i g_i\triangle$ überdecken mit $g_i\triangle \cap g_{i+1}\triangle \neq \phi$).

2. Man zeichne den Cayley-Graph von $G = \langle a, b, c;\ a^2 = b^3 = c^6 = abc = 1\rangle$ in die Ebene.

3. Es sei G eine Gruppe $U, V \leq G$ zwei Untergruppen. Zeige: Wenn $U \neq G \neq V$, dann enthält die HNN-Gruppe $G^* = \langle G, t \mid tUt^{-1} = v\rangle$ eine freie Untergruppe vom Rang 2.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri