

Einführung in Algebra und ZahlentheorieSerie 9¹Abgabetermin: Montag, 08.01.2007, 8¹⁵ Uhr.

1. Bestimme die Einheitengruppe Λ^* der Ringe $\Lambda = \mathbb{Z}[\frac{1}{m}]$, $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$, $\mathbb{Z}[i]$, $\mathbb{Z}[\frac{i}{m}]$.
2. Beschreibe die Kerne der Ringhomomorphismen
$$\varphi : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{C} \quad \varphi(X) = 2 + i$$
$$\varphi : \mathbb{Z}[X] \rightarrow \mathbb{R} \quad \varphi(X) = 1 + \sqrt{2}$$
3. Auf der Menge der Polynome $\mathbb{Q}[X]$ über einem Körper K definiere man ein Produkt $f(X) * g(X) = f(g(X))$. Zeige, dass $K[X]$ damit ein nicht kommutatives Monoid wird, das auch eine Null hat.
 - Bestimme die Einheitengruppe von $(K[X], *)$
 - Bestimme die Nullteiler
 - Ist $(K[X], +, *)$ ein Ring?
4. Mit Papier + Kleber oder Strohhalmen + Faden konstruiere man ein Dodekaeder zusammen mit den 5 eingeschriebenen Würfeln (bitte alle Dodekaederkanten neutral färben und die Würfelkanten durch 5 verschiedene Farben unterscheiden.)
Man zeige, dass eine Dodekaedersymmetrie, die jeden der 5 Würfel invariant lässt, entweder die Identität oder die Antipodenabbildung ist.
(Hint: Das Dodekaeder eignet sich auch als Christbaumschmuck)

Frohe Weihnachten und ein gutes Neues Jahr !

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>