Prof. Dr. R. Bieri WS 2006/2007

Frankfurt/M., den 19.01.2007

Einführung in Algebra und Zahlentheorie

Serie 12[1]

Abgabetermin: Montag, 29.01.2007, 8^{15} Uhr.

1. Zerlege $X^5 + X^4 + X^2 + X + 2 \in \mathbb{Z}[X]$ in ein Produkt von irreduziblen Polnomen.

2. Ein Polynom $f(X,Y) \in K[X,Y]$ der Form $f(X,Y) = a_m X^m + a_{m-1}X^{m-1}Y + \cdots + a_1 XY^{m-1} + a_0 Y^m$, $a_i \in K$ heisst homogen vom Grad m (sofern eines der $a_i \neq 0$). Zeige: Jedes homogene Polynom vom Grad > 1 in $\mathbb{C}[X,Y]$ ist reduzibel.)

3. Man bestimme das Minimalpolynom von $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ über den Körpern $K = \mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$, $\mathbb{Q}(\sqrt{10})$, $\mathbb{Q}(\sqrt{15})$.

4. Zeige: wenn $\alpha \in \mathbb{Q}$ Nullstelle eines ganzzahligen Polynoms mit Leitkoeffizient 1 ist, dann ist $\alpha \in \mathbb{Z}$.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/