

Einführung in Algebra und Zahlentheorie

Serie 1¹

Abgabetermin: Donnerstag, 26.10.2006, 8¹⁵ Uhr.

1. Beweise (ohne den S. von Bézout zu verwenden):

„ $a, b \in \mathbb{Z}$, teilerfremd \Rightarrow es gibt $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $xa + yb = 1$ “

(Hint: Induktion nach $|a| + |b|$)

2. Finde die Gruppentafeln

(a) für alle Gruppen G mit $|G| \leq 4$

(b) für $G = \mathbb{Z}_m^*$ mit $m = 15$ und $m = 16$.

3. Angenommen, in einer Gruppe G gibt es Elemente $a, b, c \in G$ mit $abc = 1$. Folgt dann auch

(a) $bca = 1$?

(b) $acb = 1$?

4. Es sei G eine (multiplikative) Gruppe. Definiere auf der Menge $\{G\}$ eine neue Verknüpfung $x * y := yx$. Zeige, dass $\{G\}$ auch bez. $*$ eine Gruppe ist. Ist diese neue Gruppe isomorph zu G ?

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>