Prof. Dr. R. Bieri WS 2002/2003

Frankfurt/M., den 17.1.2003

Algebra I

Serie 12[1]

Abgabetermin: Montag, 27.1.2003, 8^{15} Uhr.

1. Zeige: Wenn $\alpha \in \mathbb{Q}$ eine Nullstelle eines ganzzahligen Polynoms mit Leitkoeffizient 1 ist, dann ist $\alpha \in \mathbb{Z}$.

2. Beweise, dass die folgenden Polynome in $\mathbb{Q}[X]$ irreduzibel sind: $x^3 - 6x + 12,\ 8x^3 - 6x + 1,\ x^3 + 6x^2 + 7,\ x^5 - 3x^4 + 3$.

3. Ein Polynom der Form $\sum_{i=0}^{n} a_i X^i Y^{n-i} \in K[X,Y]$ heisst homogen vom Grad n (sofern eines der $a_i \neq 0$ ist!) Zeige: Kein homogenes Polynom $f(X,Y) \in \mathbb{C}[X,Y]$ vom Grad > 1 ist irreduzibel.

4. Zeige: In $\mathbb{F}_p[X]$ gibt es irreduzible Polynome von beliebig hohem Grad.

5. Man bestimme das Minimalpolynom von $\alpha = \sqrt{3}+\sqrt{5}$ über jedem der folgenden Körper $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$, $\mathbb{Q}(\sqrt{10})$, $\mathbb{Q}(\sqrt{15})$.

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri