

Mathematik II (Geometrie)Serie 4¹Abgabetermin: Montag, 17.05.04, 8¹⁵ Uhr.

1. Ist $A \in \mathbb{E}^2$ und $0 \leq \vartheta < 2\pi$, dann bezeichnet $\rho_{(A,\vartheta)} : \mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^2$ die Rotation mit Zentrum A und Drehwinkel ϑ . Es seien A und B in kartesischen Koordinaten $A = (0, 0)$, $B = (-2, 0)$.

(a) Mit Zirkel und Lineal konstruiere man das Bild des Punktes $x = (0, 2)$ unter der Isometrie $\alpha = \rho_{(B, \frac{3\pi}{2})} \rho_{(A, \frac{2\pi}{3})}$.

(b) α ist eine Rotation. Bestimme das Zentrum von α und den Drehwinkel.

(3 Punkte)

2. Wir betrachten Spiegelungen $\alpha, \beta : \mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^2$, und zwar kommen sowohl Spiegelungen an einer Geraden g ($\alpha = \alpha_g$) als auch Spiegelungen an einem Punkt P ($\alpha = \alpha_P$) in Betracht. Man diskutiere, unter welchen Umständen $\alpha\beta = \beta\alpha$ ist. (3 Punkte)

3. Im Dreieck \triangle_{ABC} betrachte man die Höhen h_a, h_b, h_c , deren Fusspunkte H_a, H_b, H_c , und deren Höhenschnittpunkt H .

(a) Man zeige, dass es einen Kreis gibt, der durch die vier Punkte AH_cHH_b geht, und einen Kreis, der durch die vier Punkte AH_cH_aC geht.

(b) Verwende diese beiden Kreise, um zu zeigen, dass die Höhe h_c den Winkel des Höhenfusspunktdreiecks $\triangle_{H_cH_aH_b}$ bei H_c halbiert. (**Folgerung:** Der Höhenschnittpunkt von \triangle ist der Innenkreismittelpunkt des Höhenfusspunktdreiecks.)

(2 Punkte)

¹auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>