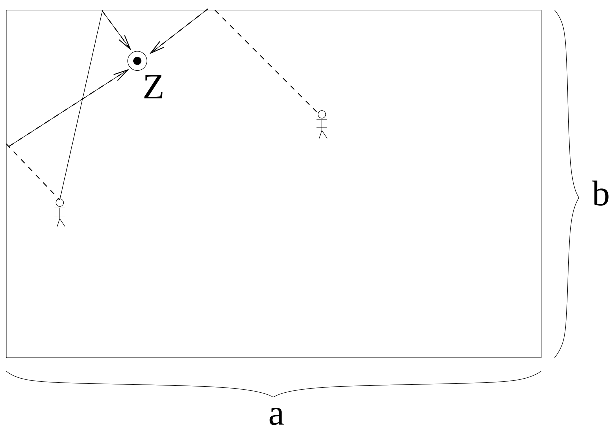
Prof.Dr.R.Bieri 1.7.2004

Mathematik II (Geometrie)

Serie 12[1]

(Die Abgabe ist freiwillig.)

1. Auf einem rechteckigen Tisch mit Seitenlänge $a > b$ steht ein offene Zuckerdose Z; auf der Unterseite der Tischplatte krabbeln Ameisen, die bestrebt sind, auf dem kürzesten Weg Z zu erreichen. Ein Tierfreund



färbt die Unterseite des Tisches wie folgt: Er ordnet jeder Kante K eine Farbe F_K zu und färbt einen Punkt x unter der Tischplatte mit der Farbe F_K, wenn der kürzeste Weg (besser **ein** kürzester Weg) von x nach Z über die Kante K führt. Man konstruiere die Farbgrenzen und die Färbung bei fest gewähltem Z. Wo sitzt die Ameise, die den weitesten Weg hat?

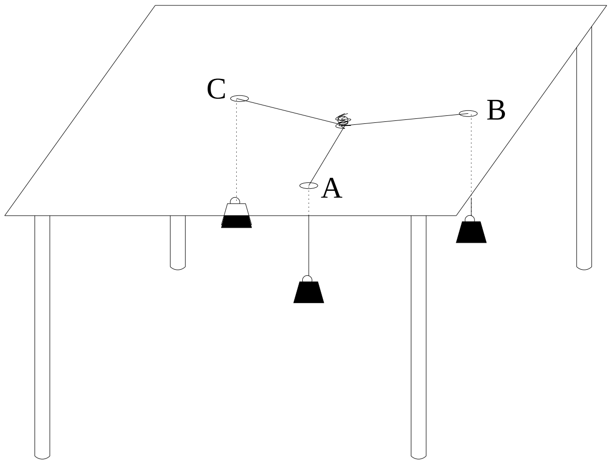
2. In eine Tischplatte werden 3 Löcher A, B, C gebohrt, die die Ecken eines spitzwinkligen Dreiecks bilden. Durch die Löcher werden drei Schnüre geführt, die über dem Tisch verknotet und unter dem Tisch mit gleichen Gewichten beschwert werden. Auf welchem der folgenden drei Punkte des Dreiecks $\triangle_{ABC}$ bleibt der Knoten liegen?

   (a) Mittelpunkt des Inkreises

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/

(b) Fermat-Punkt

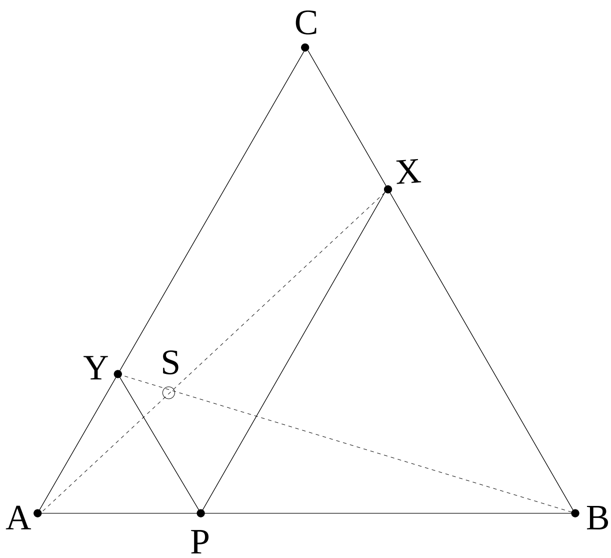
(c) Schwerpunkt



3. Auf der Grundlinie c eines gleichseitigen Dreiecks ABC wählt man einen beliebigen Punkt P und konstruiert die zwei gleichseitigen Dreiecke APY, PBX. Man zeige:

   (a) Die Strecken AX und BY bilden einen Winkel von 120°.

   (b) $S = AX \cap BY$ ist auch der zweite Schnittpunkt der Umkreise der beiden Dreiecke APY, PBX.



4. Es seien K_A, K_B, K_C drei Kreise (mit Mitten A, B, C), die durch einen gemeinsamen Punkt F führen. Es sei g_{AB} die von der gemeinsamen Sehne von K_A und K_B aufgespannte Gerade. (bzw. die gemeinsame Tangente, wenn $K_A \cap K_B = \{F\}$). Dann schneidet K_C die Konfiguration $K_A \cup K_B \cup g_{AB}$ in 4 Punkten $\{F, X, Y, P\}$.
Man zeige: Die Dreiecke $\triangle_{ABC}, \triangle_{XYP}$ sind ähnlich.