Prof.Dr.R.Bieri 25.6.2004

Mathematik II (Geometrie)

Serie 11[1]

Abgabetermin: Montag, 5.7.04, 8^{15} Uhr.

1. Wir betrachten die drei Ebenen

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| (r,s) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \middle| (r,s) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \middle| (r,s) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

   (a) Bestimme Koordinatengleichungen für E, F und G.

   (b) Bestimme $E \cap F \cap G$.

   (3 Punkte)

2. Welche der folgenden Geradenpaare g_i, g_i' liegen in einer Ebene?

   (a)

$$g_1 := \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \middle| r \in \mathbb{R} \right\},\ g_1' := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \middle| s \in \mathbb{R} \right\}$$

   (b)

$$g_2 := \left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -9 \\ 9 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \middle| r \in \mathbb{R} \right\},\ g_2' := \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \middle| s \in \mathbb{R} \right\}$$

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/

(c)

$$g_3 := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \middle| r \in \mathbb{R} \right\},\ g_3' := \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| s \in \mathbb{R} \right\}$$

(3 Punkte)

3. Bestimme den Durchstosspunkt der Ebene $E = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| x + 2y + 3z = 1 \right\}$ mit der Geraden $g = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \middle| r \in \mathbb{R} \right\}$. (2 Punkte)