

Mathematik ISerie 7¹

Abgabetermin: Montag, 6.12.04, 8¹⁵ Uhr.

1. (a) 17 Piraten haben eine Truhe erbeutet, die allerdings zu ihrer grossen Enttäuschung nur eine Mütze voll Goldstücke enthält. Beim Versuch, gleichmäßig zu teilen, bleiben 7 Goldstücke übrig. Um diese entbrennt ein heftiger Streit, bei dem einer der Piraten umkommt. Die verbliebenen 16 versuchen erneut zu teilen, und diesmal bleiben 11 Münzen übrig. Bei einer neuen Auseinandersetzung geht wieder einer der Streitenden über Bord — aber nun gelingt die gerechte Teilung. Wieviele Goldstücke waren in der Truhe?
(b) Ersetze in Teil (a) „*allerdings zu ihrer grossen Enttäuschung nur eine Mütze voll*“ durch „*zu ihrer grossen Freude mehrere Tausend*“.
2. Bestimme die kleinste Zahl n mit der Eigenschaft, dass $7^n \equiv 1 \pmod{1000}$, und verwende das Resultat, um die letzten 3 Ziffern von 7^{1111} zu finden.
3. Bestimme in der Restklasse $[7]_{11} \in \mathbb{Z}_{11}$ drei aufeinanderfolgende Zahlen (d.h. $a, a + 1, a + 2$) so, dass die erste davon durch 2, die zweite durch 3 und die dritte durch 5 teilbar ist.
4. Für welche $c \in \mathbb{Z}$ existiert eine Lösung von

$$\left| \begin{array}{l} 5x \equiv 2 \pmod{12} \\ 7x \equiv c \pmod{15} \end{array} \right| ?$$

Klausurtermin: Mo 31.1.2005, 8⁰⁰ – 10⁰⁰

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>