

Frankfurt/M., den 19.11.2004

Mathematik I

Serie 6¹

Abgabetermin: Montag, 29.11.04, 8¹⁵ Uhr.

1. Man finde eine Formel zur Bestimmung der Restklassen $[a]_5$ und $[a]_6$, wenn $a \in \mathbb{N}$ durch die Ziffern der Dezimaldarstellung $a = z_e z_{e-1} \dots z_1 z_0$ gegeben ist.
2. Bestimme die Zahlen $n \in \mathbb{N}$ mit der Eigenschaft, dass 7^n in der Dezimaldarstellung mit den Ziffern 01 endet.
3. (a) Zeige, dass 4147 ein Teiler von $12^{512} - 1$ ist.
(b) Zeige: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist 2730 ein Teiler von $n^{13} - n$.
4. (a) Bestimme die Folge $a_n := [2^n]_{10}, n = 1, 2, \dots$
(Hint: Zeige, dass die Folge ab $n = 2$ periodisch ist und bestimme die Periode).
(b) Ist auch die Folge $b_n := [2^n]_{100}$ ab $n = 2$ periodisch?
(c) Zeige: Für alle $k, m \in \mathbb{N}$ wird die Folge $c_n := [k^n]_m \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ nach endlichvielen Schritten periodisch.

¹ auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>