

Frankfurt/M., den 19.11.2004

## Mathematik I

### Serie 6<sup>1</sup>

Abgabetermin: Montag, 29.11.04, 8<sup>15</sup> Uhr.

1. Man finde eine Formel zur Bestimmung der Restklassen  $[a]_5$  und  $[a]_6$ , wenn  $a \in \mathbb{N}$  durch die Ziffern der Dezimaldarstellung  $a = z_e z_{e-1} \dots z_1 z_0$  gegeben ist.
2. Bestimme die Zahlen  $n \in \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft, dass  $7^n$  in der Dezimaldarstellung mit den Ziffern 01 endet.
3. (a) Zeige, dass 4147 ein Teiler von  $12^{512} - 1$  ist.  
(b) Zeige: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  ist 2730 ein Teiler von  $n^{13} - n$ .
4. (a) Bestimme die Folge  $a_n := [2^n]_{10}, n = 1, 2, \dots$   
(Hint: Zeige, dass die Folge ab  $n = 2$  periodisch ist und bestimme die Periode).  
(b) Ist auch die Folge  $b_n := [2^n]_{100}$  ab  $n = 2$  periodisch?  
(c) Zeige: Für alle  $k, m \in \mathbb{N}$  wird die Folge  $c_n := [k^n]_m$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) nach endlichvielen Schritten periodisch.

---

<sup>1</sup> auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>