

**Mathematik I**Serie 4<sup>1</sup>

Abgabetermin: Montag, 15.11.04, 8<sup>15</sup> Uhr.

1. (a) Bestimme  $d = \text{ggT}(972, 684)$  und bestimme Zahlen  $x, y \in \mathbb{Z}$  mit  $x \cdot 972 + y \cdot 684 = d$ .  
(b) Bestimme  $d = \text{ggT}(48, 84, 226)$  und Zahlen  $x, y, z \in \mathbb{Z}$  mit  $x \cdot 48 + y \cdot 84 + z \cdot 226 = d$ .
2. Stelle  $\frac{1}{84} + \frac{1}{189} + \frac{1}{210} + \frac{1}{350}$  als voll gekürzten Bruch dar.
3. Jede natürliche Zahl ist in der Form  $17x + 4y$  mit ganzen Zahlen  $x, y$  darstellbar, denn wegen  $\text{ggT}(17, 4) = 1$  ist 1 so darstellbar. Nun soll untersucht werden, welche natürlichen Zahlen in dieser Form mit *nicht-negativen* Werten  $x, y$  darstellbar sind.
  - (a) Zeige, dass 47 nicht als  $17x + 4y$  mit  $x, y \in \mathbb{N}_0$  darstellbar ist, dass aber 48 eine solche Darstellung besitzt.
  - (b) Zeige, dass jedes  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 48$  als  $17x + 4y$  mit  $x, y \in \mathbb{N}_0$  darstellbar ist.
  - (c) Eine ländliche Poststelle hat nur noch Briefmarken zu 40c und 170c. Welche Portobezüge können damit *nicht* zusammengestellt werden?
4. Für  $a, m, n \in \mathbb{N}$ ,  $a > 1$ ,  $m \geq n$  zeige man
  - (a)  $\text{ggT}(m, n) = \text{ggT}(n, m - n)$
  - (b)  $\text{ggT}(a^m - 1, a^n - 1) = \text{ggT}(a^n - 1, a^{m-n} - 1)$
  - (c)  $\text{ggT}(a^m - 1, a^n - 1) = a^{\text{ggT}(m, n)} - 1$ .

---

<sup>1</sup> auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>