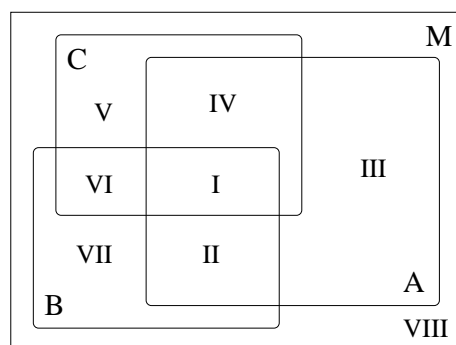


Mathematik ISerie 2¹

Abgabetermin: Montag, 1.11.04, 8¹⁵ Uhr.

1. Im untenstehenden Diagramm sind 3 Teilmengen A, B, C einer Menge M dargestellt. M zerfällt in disjunkte Teilmengen I - VIII. Man beschreibe diese mit Durchschnitten von A, B, C, A^c, B^c, C^c .



2. (a) Sei $A = \{r \in \mathbb{R} \mid r \geq 0\}$. Betrachte die Abbildungen $f, g, h : A \rightarrow A$, $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x + 1$, $h(x) = \sqrt{x}$, und finde die Verkettungen $f \circ g$, $f \circ h$, $f \circ g \circ h$, $h \circ g \circ f$.
- (b) Betrachte die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

und bilde die Verkettungen $\sigma\tau$, $\tau\sigma$, $\sigma^{-1}\tau$, $\tau\sigma^{-1}$.

3. Es sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung. Zeige oder widerlege, dass für alle Teilmengen $A, B \subseteq M$ gilt:

¹auch als pdf-Datei im Internet unter: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/>

(a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

(b) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

4. Zu einer gegebenen Abbildung $f : M \rightarrow N$ betrachte man die zugehörigen Abbildungen $f_* : \mathcal{P}(M) \rightarrow \mathcal{P}(N)$ und $f^{-1} : \mathcal{P}(N) \rightarrow \mathcal{P}(M)$ auf den Potenzmengen von M und N .

(a) Zu $B \subseteq N$ bestimme man $(f_*)^{-1}(B) \subseteq \mathcal{P}(M)$.

(b) Zu $A \subseteq M$ bestimme man $(f^{-1})^{-1}(A) \subseteq \mathcal{P}(N)$.

Diskutiere, wann f_* bzw. f^{-1} injektiv/surjektiv ist.