

Elementarmathematik II

Serie 2

1. In der Vorlesung wurde eine Formel für die Seitenlänge s_{2^n} des dem Einheitskreis E angeschriebenen regulären 2^n -Ecks hergeleitet. Man bestimme auch die Seitenlänge s'_{2^n} des umschriebenen reg. 2^n -Ecks und damit eine Intervallschachtelung für π .

2. Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Abbildung. Beweise oder widerlege die Aussagen

- Wenn I ein abgeschlossenes Intervall ist, dann auch $f(I)$
- " I " offenes " " " " $f(I)$
- " I " Intervall ist, dann auch $f(I)$

3. Die Fibonacci-Folge $(F_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ ist definiert als $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, und $F_{n+1} = F_{n-1} + F_n$ für alle $n \geq 1$.

- Bestimme die ersten 12 Glieder und zeige $2^{\frac{n-1}{2}} \leq F_n \leq 2^{n-1}$
- Zeige: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist

$$F_{2n+1}^2 - F_{2n} F_{2n+2} = 1 \quad \text{und} \quad F_{2n}^2 - F_{2n-1} F_{2n+1} = -1$$

4. Setze $a_n := F_{2n+2} / F_{2n+1}$, $b_n := F_{2n+1} / F_{2n}$.

- Zeige $[a_n, b_n]$ ist eine Intervallschachtelung
- Bestimme $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} [a_n, b_n]$

Abgabe 14. 4. 10¹⁵