BIERI SS08

Elementarmathematik I

Serie 11

1. $\rho(Z,\vartheta): \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ bezeichne die Rotation der Ebene mit Zentrum Z und Drehwinkel ϑ. Für $\alpha = \rho((0,0), 60°)$ $\beta = \rho((4,0), 90°)$ bestimme man die Isometrien

$$\alpha \cdot \beta, \quad \beta \cdot \alpha, \quad \beta\alpha\beta^{-1} \text{ und } \beta\alpha\beta^{-1}\alpha^{-1}.$$

2. Bestimme alle Isometrien $\alpha: \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$, die
a) mit der Zentralsymmetrie $\rho(Z, 180°)$
b) mit der Spiegelung σ_a
kommutieren.

3. Es sei $\Delta(A,B,C)$ ein gleichseitiges Dreieck
a) Bestimme das Bild von Δ unter der Isometrie $\rho(A,\alpha) \cdot \rho(B,\beta) \cdot \rho(C,\gamma)$.
b) Bestimme das Bild von Δ unter der Isometrie $\sigma_a \sigma_b \sigma_c$.

4. Es sei $\varphi: \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ eine Isometrie, $A \in \mathbb{E}^2$ ein fest gewählter Punkt. Beweise oder widerlege:
a) wenn $\varphi(A) = A$ ist, dann ist φ eine Spiegelung oder eine Rotation
b) wenn $\varphi^2(A) = A$ ist, dann ist φ eine Spiegelung oder eine Punktspiegelung.