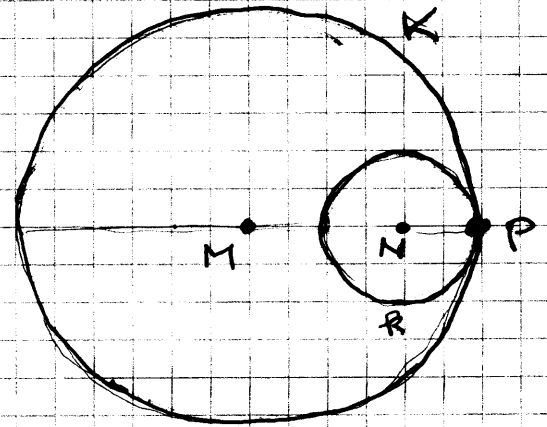


Elementarmathematik II

Serie 10

1. Gegeben ist der Kreis K mit Mittelpunkt $M(0,0)$ und Radius 6 cm und ein Kreis R mit Mittelpunkt $N(0,4)$, der K in $P(0,6)$ berührt. Welche Bahn beschreibt der Punkt $P \in R$, wenn R auf K abrollt?

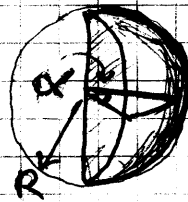


a) Bestimme die Parameterdarstellung der Rollkurve $P(t) = (x(t), y(t))$.

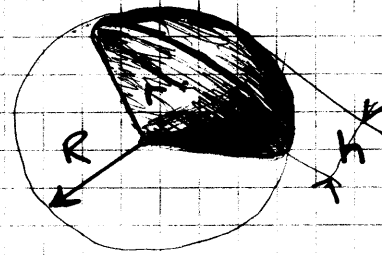
b) Berechne die Länge der Rollkurve $P(t)$.

2. Suche Formeln für Volumen und Oberfläche

a) Des Kugelkeils



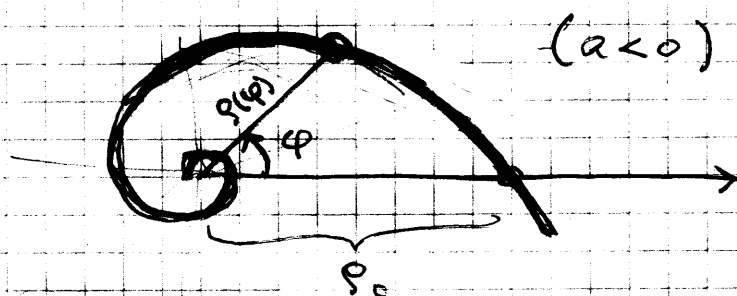
b) Des Kugelsektors



3. Ein (unsterblicher) Marienkäfer M rennt mit konstanter Geschwindigkeit von $v = 30$ cm/min auf einem Kreis $K(t)$, der zwar am Anfang Radius $R(0) = 1$ hat, aber leider seither mit konstanter Geschwindigkeit $w = 40$ km/h expandiert. Hat der arme M eine Chance, den Kreis zu umrunden? Wenn ja - wie lange braucht er dazu? (Hint: Bestimme die momentane Winkelgeschwindigkeit von M - von 0 bis T integriert liefert sie den z.z. T erreichten Winkel)

4. Die logarithmische Spirale ist in Polarkoordinaten gegeben durch

$$\rho(\varphi) = \rho_0 e^{a\varphi}$$



- Für $a > 0$ bestimme man die Länge des Bogens von $\varphi = 0$ bis $\varphi = 2\pi$
- Für $a < 0$ bestimme man die Länge des Bogens von $\varphi = 0$ bis $\varphi = a_0$.

Abgabe Mo, 16. Juni 10¹⁵