Anleitung zur Lösung der Aufgabe 1 (Serie 4)

Hier wird die Argumentationskette durch Formeln skizziert. Die Aufgabe besteht nun darin, durch Textergänzung den Beweis verständlich zu machen

$$X = \{x \in \mathbb{N} \mid x < m\} \cup \{m\} \cup \{x \in \mathbb{N} \mid m < x\}$$

$$m < n \;:\Leftrightarrow\; \exists x \in \mathbb{N} \quad m + x = n \,.$$
$$m \leq n \;:\Leftrightarrow\; m = n \text{ oder } m < n$$

① Es sei $x \leq m$ und $m < x$

$$(x = m \text{ oder } x + y = m) \text{ und } (m + z = x)$$
$$(m + z = m \text{ oder } m + (z + y) = m)$$

1) $m = 1$, $\quad 1 + z = 1$ – Widerspruch

2) $m = m' + 1$ $\quad m' + 1 + z = m' + 1$

$1 + z = 1$ – Widerspruch.

② 1) $1 \in X$

2) Sei $x \in X$

a) $x < m$ ($\Leftrightarrow x + y = m$)

- $y = 1 \Rightarrow x + 1 = m \Rightarrow x + 1 \in X$
- $y = y' + 1 \Rightarrow x + 1 + y' = m \Rightarrow x + 1 < m \Rightarrow x + 1 \in X$

b) $x = m \Rightarrow x + 1 > m \Rightarrow x + 1 \in X$

c) $m < x$ ($\Leftrightarrow m + y = x$) $\Rightarrow m + y + 1 = x + 1 \Rightarrow x + 1 \in X$.