2 Es seien $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$ Abbildungen

a) Voraussetzung f und g injektiv

<u>Beh</u>: $g \circ f : A \to C$ ist injektiv

<u>Bew</u>: Sei $x, y \in A$ mit $g(f(x)) = g(f(y))$

Aus "g injektiv" folgt $f(x) = f(y)$

" "f injektiv" nun $x = y$

Das beweist Injektivität von gf.

b) <u>Vor</u>: f, g surjektiv

<u>Beh</u>: gf surjektiv.

<u>Bew</u>. Es sei $z \in C$ gegeben. Wegen "g surjektiv" gibt es ein $y \in B$ mit $g(y) = z$. Wegen "f surj." gibt es $x \in A$ mit $f(x) = y$. Also $gf(x) = g(y) = z$

Das zeigt Injektivität von gf.

3. $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$ wie oben

a) Angenommen $gf : A \rightarrowtail C$ ist injektiv.

Wenn schon f zwei Elemente $x \neq x'$ auf ein und dasselbe $f(x) = f(x')$ abbildet, dann tut das gf ebenfalls, sodass gf nicht injektiv wäre. <u>Also muss f injektiv sein</u>.

Wenn aber f nicht surjektiv ist, dann gibt es Elemente $y \in B$, die als $f(x)$ nicht in Erscheinung treten. $g(y)$ kann dann ganz belibig sein, ohne die Injektivität von gf zu beinflussen