1\. $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben als $f(x) = x^3 - 3ax$

$$f(x) = x(x^2 - 3a) = x(x + \sqrt{3a})(x - \sqrt{3a})$$

- Wenn $a > 0$ ist, dann hat $f(x)$ drei verschiedene Nullstellen $x = 0, \sqrt{3a}, -\sqrt{3a}$ und ist daher nicht injektiv.
- Wenn $a = 0$ ist, dann ist $f(x) = x^3$ und f injektiv.
- Wenn $a < 0$ ist, dann ist die Ableitung $f'(x) = 3(x^2 - a)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ positiv; d.h. $f(x)$ ist monoton wachsend (gilt auch für $a = 0$). Überdies wird $f(x)$ mit $x \to +\infty$ beliebig gross und mit $x \to -\infty$ beliebig klein. Somit gibt es für alle $y \in \mathbb{R}$ genau ein $x \in \mathbb{R}$ mit $f(x) = y$: d.h. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist bijektiv.