

Elementarmathematik I

Serie 1

Musterlösung

4. Aufgabe

↳ Gesucht ist die Zahl s_n der Schnittpunkte von n Geraden der Ebene in allgemeiner Lage.

Offenbar ist $s_1 = 0$, $s_2 = 1$, $s_3 = 3$

Jede neue (also n -te) Gerade schneidet die $(n-1)$ schon vorhandenen Geraden in $(n-1)$ zusätzlichen Punkten. Also ist die Zahl der Schnittpunkte bei n Geraden

$$\begin{aligned} s_n &= (n-1) + s_{n-1} \\ &= (n-1) + (n-2) + s_{n-2} \\ &= \\ &= (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 3 + 2 + 1 \end{aligned}$$

$$s_n = (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1$$

$$s_n = \frac{1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1)}{2}$$

$$2s_n = n + n + \dots + n + n = n(n-1)$$

also
$$s_n = \frac{n(n-1)}{2}$$