BIERI WS 07/08

Elementarmathematik I

Serie 5

1. Es sei $\mathcal{R}$ die Menge aller Teilmengen einer vorgegebenen nicht-leeren Menge M: $R = \{X \mid X \subseteq M\}$.
In R betrachten wir die "Summe" und das "Produkt"

$$A + B := (A \cup B) \setminus (A \cap B) \quad \text{(symmetrische Differenz)}$$
$$A \cdot B := A \cap B$$

Zeige: $(R, +, \cdot)$ ist ein kommutativer Ring mit 1
(Zur Verifikation der Axiome werden auch aussagekräftige (kommentierte!) Diagramme akzeptiert).

2. Man skizziere in der (x,y)-Ebene die folgenden drei durch Ungleichungen definierten Bereiche

a) $D_a = \{(x,y) \mid (x-y)(x^2+y^2-1) \geq 0\}$

b) $D_b = \{(x,y) \mid (x-y)^2(x^2+y^2-1) \geq 0\}$

c) $D_c = \{(x,y) \mid (x^2-y^2)(x^2+y^2-1) \geq 0\}$

3. $(101)_{(10)} = (?)_{(2)} = (?)_{(3)}$

$(101)_{(3)} = (?)_{(10)} = (?)_{(2)}$

$(101)_{(2)} = (?)_{(3)} = (?)_{(10)}$

4. Zeige mit Induktion nach n: Wenn man aus dem 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ n Ebenen in allgemeiner Lage entfernt, dann zerfällt der Rest des Raumes in

$$\frac{(n-1)\,n\,(n+1)}{6} + (n+1)$$

Teile.