Elementarmathematik I

Serie 2

1. Mit Induktion nach n zeige man, dass für jede natürliche Zahl n gilt

$$(1+2+3+\dots+n)^2 = 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$$

2. Zeige, dass die Meng aller endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$ abzählbar ist

3. Zeige, dass die folgenden Mengen überabzählbar sind

- { unendliche Teilmengen von $\mathbb{N}$ }
- { nicht abbrechende* Folgen von Ziffern {0,1} }
- $\{ r \in \mathbb{R} \mid 0 < r \leq 1 \}$
- { nicht abbrechende Folgen von Ziffern {0,1,...,9} }

4. Es sei M die Menge aller Geraden der Ebene $\mathbb{E}^2$. Untersuche, ob die folgenden Relationen auf M Äquivalenzrelationen sind.

- $g \sim h \Leftrightarrow g \cap h = \emptyset$
- $g \sim h \Leftrightarrow g \cap h \neq \emptyset$
- $g \sim h \Leftrightarrow g \perp h$ (g senkrecht zu h)
- $g \sim h \Leftrightarrow$ g parallel zu h oder $g \perp h$.

*) d.h. nicht in ...,0,0,0,.. endende