BIERI

WS 07/08

Elementarmathematik I

Serie 13

1. a) Schreibe $\frac{1}{11}$ in der Binärdarstellung.

b) Für welche Zahlen m hat $\frac{1}{m}$ eine rein-periodische Binärentwicklung?

2. Die Polynome X^2+1, X^2-1, X^3+1, X^3-1, X^4+1, X^4-1 sollen in $\mathbb{C}[X]$ und in $\mathbb{Q}[X]$ in Primfaktoren zerlegt werden.

3. Die Polynome $f(X) = X^2+1$ und $g(X) = (X+1)^2$ definieren Abbildungen $f, g: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$. Hier sollen die Bilder der Kreise $K_R := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = R\}$, also $f(K_R), g(K_R) \subseteq \mathbb{C}$, für die Radien $R = \frac{1}{2}$, 1 und 2 studiert werden. Interessieren soll vor allem der grobe Verlauf und wie oft der Nullpunkt umrundet wird.

[Anleitung: die Werte $g(z)$ für $z \in K_R$ mit $\arg(z) = n \cdot 45°$, $n = 0, 1, \ldots, 8$ geometrisch oder rechnerisch bestimmen].

4. Zu jeder komplexen Zahl $z = x + iy \in \mathbb{C}$ definiert man die zu z konjugiert-komplexe Zahl $\overline{z} := x - iy$. Bestimme $|\overline{z}|$ und $\arg(\overline{z})$ und zeige:

Für alle $z_1, z_2, z \in \mathbb{C}$ gilt

- $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
- $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \cdot \overline{z}$